

ANALYSE NUMÉRIQUE
DEVOIR 1

le 21 janvier 2002

Directives: Ce devoir doit être complété pour vendredi le 8 février à H16.00. Vous devez suivre les *instructions* pour la rédaction des travaux pratiques, disponibles sur le site Internet du cours. Ce premier devoir est un exercice de familiarisation à MATLAB. Il a pour but de vous faire explorer certains concepts de base de MATLAB.

L'indice de refroidissement éolien¹

1. Au cours de la saison hivernale, le vent nous donne souvent l'impression qu'il fait plus froid que le mercure ne l'indique. On parle alors de facteur de refroidissement éolien, lequel est calculé en combinant la température de l'air à la vitesse des vents. Ce calcul nous permet d'obtenir une lecture de la température ressentie par un être humain en présence de temps froid et venteux. En fait, le facteur de refroidissement éolien mesure la rapidité à laquelle le corps humain perd sa chaleur lorsqu'il est exposé au vent. Il a été créé dans le but de réduire les risques d'hypothermie, d'engelure et autres dangers reliés au froid.

Soit T la température de l'air mesurée en degré Celsius et V la vitesse du vent en km/h mesurée à 10m d'altitude (la hauteur standard de l'anémomètre), l'indice de refroidissement éolien R est donné par

$$R = 13,12 + 0,6215 \times T - 11,37 \times V^{0,16} + 0,3965 \times T \times V^{0,16}.$$

Le tableau suivant, utilisé par votre météorologue favori, a été calculé à l'aide de cette formule.

Température équivalente (°c) ressentie par le corps humain, en fonction de la température ambiante et de la vitesse du vent.

		vent (km/h)															
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
t e m p é r a t u r e (°C)	5	4	3	2	1	1	0	0	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-3	-3	
	0	-2	-3	-4	-5	-6	-6	-7	-7	-8	-8	-8	-9	-9	-9	-10	-10
	-5	-7	-9	-11	-12	-12	-13	-14	-14	-15	-15	-15	-16	-16	-16	-17	-17
	-10	-13	-15	-17	-18	-18	-19	-20	-20	-21	-21	-22	-22	-23	-23	-24	-24
	-15	-19	-21	-23	-24	-25	-26	-27	-27	-28	-29	-29	-30	-30	-31	-31	
	-20	-24	-27	-29	-30	-32	-33	-33	-34	-35	-35	-36	-36	-37	-37	-38	-38
	-25	-30	-33	-35	-37	-38	-39	-40	-41	-42	-42	-43	-43	-44	-44	-45	-45
	-30	-36	-39	-41	-43	-44	-46	-47	-48	-48	-49	-50	-50	-51	-51	-52	-52
	-35	-41	-45	-48	-49	-51	-52	-53	-54	-55	-56	-57	-57	-58	-58	-59	-60
	-40	-47	-51	-54	-56	-57	-59	-60	-61	-62	-63	-63	-64	-65	-65	-66	-67
	-45	-53	-57	-60	-62	-64	-65	-66	-68	-69	-69	-70	-71	-72	-72	-73	-74
-50	-58	-63	-66	-68	-70	-72	-73	-74	-75	-76	-77	-78	-79	-80	-80	-81	

- Écrire un programme MATLAB qui vous donnera le tableau illustré ci-haut. Dans un premier temps, calculez les entrées du tableau et utilisez une matrice de la dimension appropriée pour stocker vos résultats. Dans un deuxième temps, parcourez la matrice afin d'imprimer le tableau calculé *dans un format facile à lire*. Les commandes `fprintf`, `fopen` et `fclose`, très similaires aux commandes du langage C, vous permettront de formater vos sorties (la commande `help fprintf` vous donnera un exemple d'utilisation).
- Modifiez votre programme afin d'ajoutez deux colonnes ($V = 85$ et 90) au tableau que vous avez construit en (a). Imprimez ce tableau.
- À partir du tableau que vous avez calculé en (a), utilisez l'opérateur « : » pour construire un sous-tableau pour $20 \leq V \leq 50$. Imprimez ce tableau.

1. Référence: *Programme sur le refroidissement éolien: Service météorologique du Canada*

- (d) Que se passe-t-il lorsque la vitesse du vent est inférieure à 5km/h?
- (e) Écrire une *fonction* MATLAB qui fera les opérations suivantes:
- La température T sera un argument en entrée;
 - Création d'un vecteur de vitesses pour $5 \leq V \leq 80$, avec un incrément approprié;
 - Impression d'un graphique de l'indice de refroidissement éolien en fonction de la vitesse du vent;
 - Respectez les [instructions](#) du cours pour ce qui est du titre et des axes de vos graphiques.
- Executer votre fonction pour $T = 0$ et $T = -30$.
- (f) Modifiez votre fonction pour des vents allant jusqu'à 300km/h. Reprendre l'exécution faite en (e). Qu'observez-vous?
- (g) Faites un graphique de l'indice de refroidissement éolien en fonction de la température de l'air et de la vitesse du vent, en vous basant sur la table construite en (a). Choisissez soit la commande `plot3`, `mesh` ou `surf`. Utilisez le système d'aide en ligne afin de voir comment appeler ces fonctions.

La population chaotique

2. En plus de parfaire vos talents de programmeur MATLAB, ce petit exercice vous donnera la chance de faire l'expérience pratique du *chaos*!

Un modèle simple pour décrire l'évolution d'une population est celui de l'*équation logistique*

$$\frac{dy(t)}{dt} = N y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{C} \right),$$

où $y(t)$ représente le nombre d'individus au temps t , N est le taux de natalité et C est la capacité du milieu à l'égard de la population.

Pour simplifier notre étude, nous supposerons que $N = 1$ et que $C = 1$. De plus, afin d'être en mesure de modéliser ce problème sur ordinateur, nous utiliserons une méthode numérique que nous étudierons au chapitre 7. L'équation logistique devient donc

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + h \left(y(t_n) + \frac{1}{2} h y(t_n) (1 - y(t_n)) \right) \left(1 - y(t_n) - \frac{1}{2} h y(t_n) (1 - y(t_n)) \right), \quad (1)$$

où h est un paramètre positif. Pour $y(t_0)$ donné, nous pouvons calculer $y(t)$ en $t = t_n$, pour $n = 1, 2, 3, \dots$ où $t_{n+1} = t_n + h$.

- (a) Écrire un programme MATLAB qui fera le calcul du niveau de population $y(t)$ à l'aide de l'équation (1), pour h variant de 1 à 4, avec des incréments de 0,005. Comme valeurs initiales, utilisez $0,2 \leq y(t_0) \leq 2,7$ avec des incréments de 0,5. Faites vos simulations pour $n = 1, 2, \dots, 520$.
Soyez patient, les calculs peuvent prendre quelques minutes, tout dépendant de la puissance de votre ordinateur et du niveau de vectorisation que vous avez utilisé dans votre programme.
- (b) Faites un graphique de $y(t_n)$ en fonction du paramètre h pour $n = 501, \dots, 520$. Il s'agit d'un *diagramme de bifurcation*, dont vous pouvez trouver un exemple à la figure 4.3 de votre manuel de référence. Les commandes `hold` et `plot` vous seront utiles.

Steven Dufour